

УДК 539.3:534.21

ВЛИЯНИЕ ДИНАМИКИ ВКЛЮЧЕНИЯ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ УПРУГИХ ВОЛН В АКУСТИЧЕСКОМ ВОЛНОВОДЕ

С.Н. Шубин, Е.Е. Гилёв, А.И. Боровков

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, Санкт-Петербург, Россия

Цель исследования – определение геометрических размеров включения в волноводе на основе анализа прохождения акустической волны. На примере одномерной модели бесконечного стержня с инерционным упругим включением установлено влияние спектра включения на отраженную и прошедшую волны. Выводы о влиянии спектра обобщены на случай акустического волновода с абсолютно жестким включением цилиндрической формы. Показана связь между геометрическими размерами включения и спектральными плотностями прошедшей и отраженной волн.

Ключевые слова: волновод, включение, спектральная плотность, собственная частота

INFLUENCE OF THE DYNAMICS OF INCLUSION ON ELASTIC WAVE PROPAGATION IN A WAVEGUIDE

S.N. Shubin, E.E. Gilyov and A.I. Borovkov

Saint-Petersburg State Polytechnic University, Saint-Petersburg, Russia

The purpose of this study is to determine the geometric sizes of an inclusion in a waveguide through the analysis of acoustic wave passage. The influence of a spectrum of inclusion on reflected and transmitted waves is determined by considering the one-dimensional model of an infinite rod with an inertial and elastic inclusion. The obtained result is generalized to the case of an acoustic waveguide with an absolutely rigid inclusion in the form of a cylinder. The relationship between the geometric sizes of the inclusion and the spectral distribution of reflected and transmitted waves is demonstrated.

Keywords: waveguide, inclusion, spectral distribution, eigenfrequency

1. Введение

Исследованию вопросов распространения звуковых волн в бесконечном акустическом волноводе посвящено огромное количество работ. Особое место среди рассматриваемых проблем занимают задачи, в которых волновод имеет изменяющийся профиль сечения. Данный класс задач вызывает повышенный интерес, так как в зоне изменения сечения происходит перестроение фронта волны, что, в свою очередь, порождает ряд интересных эффектов, одному из которых посвящена данная работа.

Рассматривается акустический волновод с включением (Рис. 1). На практике в роли волновода могут выступать системы трубопроводов, а в качестве включения — различного рода отложения на внутренней поверхности трубопровода. Так, при использовании газопроводов, лежащих на дне моря, в условиях пониженных температур и большого давления на стенках трубы могут образовываться гидраты, что приводит к снижению пропускной способности, а иногда и к полной закупорке газопровода [1]. Выявление местоположения, а также геометрических размеров отложения усложняется тем, что трубопроводы, как правило, имеют большую протяженность и поэтому пошаговое «простукивание» нельзя признать эффективным [2]. В связи с этим широкое применение получили методы акустического исследования. Основная идея этих методов заключается

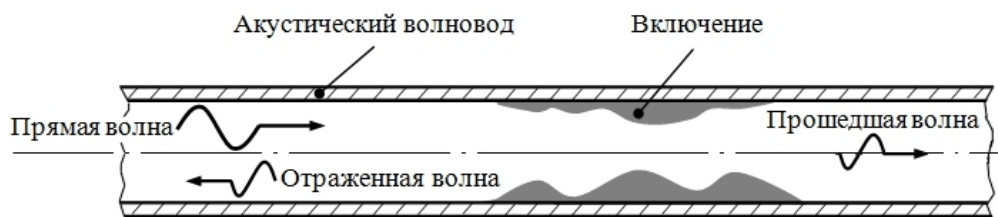


Рис. 1. Схема проведения исследований в акустическом волноводе, имеющем включения

в том, что в трубу помещается излучатель, который генерирует акустические волны. При прохождении прямой волны через отложение образуются отраженная и прошедшая волны. Эти волны, фиксируемые приемниками, анализируются, и делаются выводы о параметрах включения.

Практические вопросы и теоретические исследования возбуждения и прохождения акустической волны в трубе, заполненной и окруженной жидкостью, достаточно полно рассмотрены в работах [3–11]. Наличие в трубе включения вносит в задачу свою специфику. Так, в [12] обсуждается ставшая классической постановка задачи прохождения волны в прямоугольном волноводе с преградой, имеющей щель, и показано влияние размеров щели на получающуюся волновую картину. Исследования последних лет направлены на изучение прохождения торсионных мод в трубе с включением [2, 13, 14]. Эти моды для трубы без включения имеют такие частоты отсечек, ниже которых спектр пуст. Внесение в трубу включения приводит к смещению данных частот, которое определяется радиальными размерами включения. Однако за кадром остается влияние акустической среды, заполняющей и окружающей трубу.

Повышение степени адекватности математических моделей реальным условиям эксплуатации трубопроводов сопровождается, как правило, уточнением количественных характеристик эффектов, установленных с помощью упрощенных моделей, и возможным появлением новых эффектов. В связи с этим представляется целесообразным последовательное усложнение моделей, а иногда — возвращение на нулевой уровень, чтобы увидеть эффект в «чистом» виде.

Методы решения нестационарной задачи распространения звуковых волн, вызываемых некоторыми динамическими источниками в акустическом волноводе с включением, можно условно разделить на аналитические и численные.

Аналитическое решение можно строить двумя путями. Первый путь — это непосредственное вычисление и суммирование волн: прямой, распространяющейся от места приложения нагрузки, и волн, отраженных от границ тела; второй — представление решения в виде суммы (ряда, интеграла) некоторых стационарных состояний тела (свободных колебаний) [15]. И тот, и другой путь позволяет рассматривать узкий класс задач со значительными ограничениями, накладываемыми на форму включения.

В отличие от аналитических, численные методы (в первую очередь метод конечных элементов) не имеют подобных ограничений и позволяют описывать произвольную форму включения. С другой стороны, проведение анализа численных результатов без выявления тех или иных особенностей на уровне простых аналитических моделей вряд ли представляется доказательным.

В связи с этим статья разбита на две части. В первой части рассматривается модель бесконечного стержня с инерционно-упругим включением в виде грузика на двух пружинах. Выбор такой модели интуитивно понятен. Действительно, простейшей моделью акустического волновода при распространении нулевой осесимметричной моды, является стержень, работающий на растяжение–сжатие, а область включения (само включение плюс жидкость, заключенная внутри него) можно представить как некий объект, обладающий своими инерционно-упругими характеристиками, например, как грузик на пружине. Данная модель показывает, что на частоте, близкой к

парциальной (собственной) частоте грузика, амплитуда отраженной волны равна нулю, в то время как амплитуда прошедшей волны достигает своего максимума. То есть параметры включения, а именно парциальная частота, определяют характер отраженной и прошедшей волн. Данные выводы перенесены во вторую часть статьи, в которой исследуется прохождение нулевой осесимметричной моды в круглой трубе с абсолютно жестким включением цилиндрической формы.

2. Бесконечный стержень с инерционно-упругим включением

Рассмотрим бесконечный стержень с площадью поперечного сечения F , модулем Юнга E и плотностью ρ , который при $x = 0$ (ось x направлена вдоль оси стержня) имеет включение в виде грузика массой m , соединенного со стержнем посредством двух пружин с жесткостью c (Рис. 2). В качестве возмущения выступает волна, приходящая по левой части стержня из бесконечности.

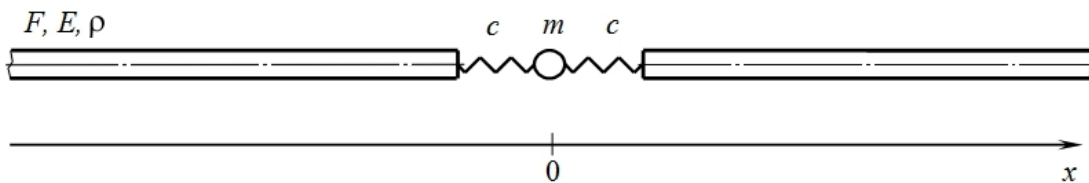


Рис. 2. Схема бесконечного стержня с инерционно-упругим включением

Обозначим через y смещение грузика вдоль оси x , тогда уравнение динамического равновесия для него запишется как

$$m\ddot{y} = -2cy + cu_1|_{x=0} + cu_2|_{x=0}, \quad (1)$$

где $u_1(x, t)$ и $u_2(x, t)$ — продольные смещения поперечных сечений левой и правой частей стержня соответственно; точка обозначает дифференцирование по времени. Уравнения продольных колебаний обеих частей стержня имеют вид:

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2} - \frac{1}{c_i^2} \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = 0, \quad i = 1, 2, \quad (2)$$

где $c_i \equiv \sqrt{E/\rho}$ — скорость звука в стержне; нижний индекс i обозначают левую ($i = 1$) и правую ($i = 2$) части стержня соответственно. Граничные условия определяют сопряжение торцов обеих частей стержня с пружинами:

$$EF \frac{\partial u_1}{\partial x} \Big|_{x=0} = -c(u_1|_{x=0} - y); \quad (3)$$

$$EF \frac{\partial u_2}{\partial x} \Big|_{x=0} = c(u_2|_{x=0} - y). \quad (4)$$

Примем, что в начальный момент времени

$$y|_{t=0} = 0, \quad \dot{y}|_{t=0} = 0, \quad u_1|_{t=0} = u_0(x), \quad u_2|_{t=0} = 0, \quad (5)$$

где $u_0(x)$ — произвольная функция, такая, что $u_0(0) = 0$. Решения уравнений (2) представим в форме д'Аламбера [16]:

$$u_i = \varphi_i(tc_i - x) + \psi_i(tc_i + x) \quad i = 1, 2. \quad (6)$$

В этой формуле первое слагаемое соответствует волне, распространяющейся в положительном направлении оси x , а второе — в отрицательном. Исходя из физического смысла слагаемых, находим: $\varphi_1(tc_l - x) = u_0(tc_l - x)$ и $\psi_2(tc_l + x) = 0$. С учетом этого запишем выражения (6): $u_1 = u_0(tc_l - x) + \psi_1(tc_l + x)$ и $u_2 = \varphi_2(tc_l - x)$. Тогда динамическое уравнение равновесия для грузика (1) примет вид:

$$m\ddot{y} = -2cy + c(u_0(tc_l) + \psi_1(tc_l)) + c\varphi_2(tc_l). \quad (7)$$

Найдем производные перемещений:

$$\frac{\partial u_1}{\partial x} = -\frac{1}{c_l}\dot{u}_0 + \frac{1}{c_l}\dot{\psi}_1, \quad \frac{\partial u_2}{\partial x} = -\frac{1}{c_l}\dot{\varphi}_2. \quad (8)$$

Введя обозначения $\tilde{u}_0 = u_0|_{x=0}$, $\tilde{\psi}_1 = \psi_1|_{x=0}$, $\tilde{\varphi}_2 = \varphi_2|_{x=0}$ и приняв во внимание (8), перепишем граничные условия (3) и (4): $EF(-\dot{\tilde{u}}_0/c_l + \dot{\tilde{\psi}}_1/c_l) = -c(\tilde{u}_0 + \tilde{\psi}_1) + cy$, $-EF\dot{\tilde{\varphi}}_2/c_l = c\tilde{\varphi}_2 - cy$. Отсюда

$$-cy + c(\tilde{u}_0 + \tilde{\psi}_1) = EF(\dot{\tilde{u}}_0 - \dot{\tilde{\psi}}_1)/c_l, \quad -cy + c\tilde{\varphi}_2 = -EF\dot{\tilde{\varphi}}_2/c_l. \quad (9)$$

Вернемся к динамическому уравнению равновесия для грузика (7). В новых обозначениях оно переписется в виде

$$m\ddot{y} = -2cy + c(\tilde{u}_0 + \tilde{\psi}_1) + c\tilde{\varphi}_2. \quad (10)$$

Подставив сюда (9), получим: $m\ddot{y} = \frac{EF}{c_l}\dot{\tilde{u}}_0 - \frac{EF}{c_l}\dot{\tilde{\psi}}_1 - \frac{EF}{c_l}\dot{\tilde{\varphi}}_2$. Проинтегрировав это уравнение по времени, найдем $m\dot{y} = \frac{EF}{c_l}\tilde{u}_0 - \frac{EF}{c_l}\tilde{\psi}_1 - \frac{EF}{c_l}\tilde{\varphi}_2 + \text{Const}$. В силу начальных условий (5) $\text{Const} = 0$. Тогда

$$\tilde{\psi}_1 + \tilde{\varphi}_2 = \tilde{u}_0 - \frac{mc_l}{EF}\dot{y}. \quad (11)$$

Подставив (11) в (10), получим $m\ddot{y} = -2cy + c\tilde{u}_0 + c(\tilde{u}_0 - (mc_l\dot{y})/(EF))$ или $m\ddot{y} + (mc_l\dot{y})/(EF) + 2cy = 2c\tilde{u}_0$. Разделив данное уравнение на m и введя обозначения $2n = c_l c/(EF)$ и $\omega_0 = \sqrt{2c/m}$, придем к виду: $\ddot{y} + 2n\dot{y} + \omega_0^2 y = \omega_0^2 \tilde{u}_0$.

Таким образом, для смещения грузика получилось стандартное уравнение вынужденных колебаний осциллятора с вязким трением. Эффект возникновения трения в системе из идеальных элементов за счет ухода энергии на бесконечность на примере осциллятора на упругом волноводе впервые был получен в работе [17]. Однако в данной работе более интересными представляются отраженная ψ_1 и прошедшая φ_2 волны.

Для анализа этих волн рассмотрим случай, когда на левую часть стержня из бесконечности приходит синусоидальная гармоническая волна, то есть $\tilde{u}_0 = H(t)\sin\omega t$, где $H(t)$ — функция Хэвисайда, ω — частота вынуждающего воздействия. Тогда

$$\ddot{y} + 2n\dot{y} + \omega_0^2 y = \omega_0^2 \sin\omega t. \quad (12)$$

Рассмотрим установившийся режим колебаний. Частное решение уравнения (12) имеет

$$\text{вид } y = B(\omega) \sin(\omega t + \alpha), \text{ где } B(\omega) = 1 / \sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \frac{4n^2 \omega^2}{\omega_0^2 \omega_0^2}}, \quad \sin \alpha = -2n / \left(\omega_0 \sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \frac{4n^2 \omega^2}{\omega_0^2 \omega_0^2}}\right).$$

Для определения $\tilde{\varphi}_2$ воспользуемся вторым уравнением (9), которое перепишем в виде $EF\dot{\tilde{\varphi}}_2 / (cc_1) + \tilde{\varphi}_2 = y$, подставим y и учтем, что $c_1 c / (EF) = 2n$. Тогда $\dot{\tilde{\varphi}}_2 / (2n) + \tilde{\varphi}_2 = B(\omega) \sin(\omega t + \alpha)$. Общее решение однородного уравнения пропорционально e^{-2nt} , то есть колебания затухают с течением времени по экспоненциальному закону. Здесь это решение не рассматривается, так как интерес представляет установившийся процесс колебаний. Частное же решение имеет вид $\tilde{\varphi}_2 = C(\omega) \sin(\omega t + \alpha + \mu)$, где

$$C(\omega) = 1 / \left(\sqrt{1 + \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \frac{\omega_0^2}{4n^2}} \sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \frac{4n^2 \omega^2}{\omega_0^2 \omega_0^2}} \right), \quad \sin \mu = -\omega / \omega_0 \cdot 1 / \left(\frac{2n}{\omega_0} \sqrt{1 + \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \frac{\omega_0^2}{4n^2}} \right).$$

Для определения $\tilde{\psi}_1$ воспользуемся равенством (11), откуда $\tilde{\psi}_1 = \tilde{u}_0 - mc\dot{y} / E - \tilde{\varphi}_2 = D(\omega) \sin(\omega t - \xi)$, где

$$D(\omega) = \left[\sqrt{1 + \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \frac{\omega_0^2}{4n^2}} \left(\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \frac{4n^2 \omega^2}{\omega_0^2 \omega_0^2} \right) - 1 \right] / \left[\sqrt{1 + \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \frac{\omega_0^2}{4n^2}} \sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \frac{4n^2 \omega^2}{\omega_0^2 \omega_0^2}} \right],$$

$$\cos \xi = \left[\left(1 + \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \frac{\omega_0^2}{4n^2}\right) \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 - \frac{4n^2 \omega^2}{\omega_0^2 \omega_0^2} \left(1 + \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \frac{\omega_0^2}{4n^2}\right) - 1 + 2 \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \right] / \left[\left(1 + \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \frac{\omega_0^2}{4n^2}\right) \times \right.$$

$$\left. \times \sqrt{\left(\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \frac{4n^2 \omega^2}{\omega_0^2 \omega_0^2} \right) \left(\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 - \frac{4n^2 \omega^2}{\omega_0^2 \omega_0^2} - 1 \right)} \right].$$

На рисунке 3 показана зависимость амплитуд колебаний грузика $B(\omega)$, прошедшей $C(\omega)$ и отраженной $D(\omega)$ волн от отношения частот ω/ω_0 для трех значений $2n/\omega_0$. Основной вывод из проведенного анализа следующий: на частоте, близкой к парциальной частоте колебаний грузика на двух пружинах, амплитуда отраженной волны равна нулю, в то время как проходящая волна имеет максимальную амплитуду. То есть, если через данную систему проходит акустический сигнал с полностью заполненным спектром, то спектральная плотность отраженной волны на парциальной частоте имеет минимум, а спектральная плотность прошедшей волны — максимум. Отметим также, что смещение пиков амплитудно-частотных характеристик от значения парциальной частоты происходит вправо и определяется коэффициентом затухания n , который выражается через основные механические параметры системы.

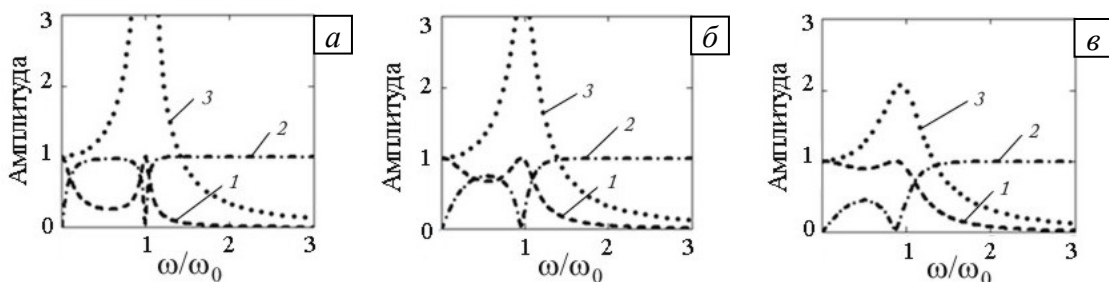


Рис. 3. Частотный отклик системы для различных значений $2n/\omega_0$: 0,1 (а); 0,3 (б); 0,5 (в);

1 – прошедшая волна, 2 – отраженная волна, 3 – грузик

3. Акустический волновод с абсолютно жестким включением

Рассмотрим цилиндрическую трубу, заполненную идеальной сжимаемой жидкостью с плотностью ρ и упругим модулем сжатия K . Внутри трубы находится включение, представляющее собой полый цилиндр, ось которого совпадает с осью трубы (Рис. 4). Стенки трубы, как и включение, считаются абсолютно жесткими. Если провести параллель с первой частью работы, то в качестве груза на двух пружинах выступает цилиндрический слой жидкости внутри включения.

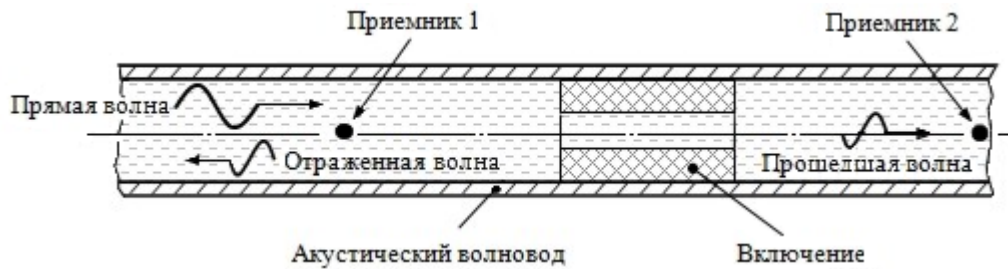


Рис. 4. Схема акустического волновода с абсолютно жестким включением цилиндрической формы

Уравнение, предназначенное для описания процесса распространения акустических волн в идеальной сжимаемой жидкости, представляет собой волновое уравнение д'Аламбера

$$\Delta p - \frac{1}{c_f^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0, \quad (13)$$

где p — акустическое давление, $c_f = \sqrt{K/\rho}$ — скорость распространения продольных волн в жидкости. Граничными условиями являются условия непроникания, то есть равенство нулю нормальной компоненты вектора перемещения на поверхностях контакта идеальной сжимаемой жидкости со стенками акустического волновода и включения. В качестве начального возмущения выступает акустическая волна, приходящая из бесконечности на левый торец трубы.

Построить в общем виде решение уравнения (13) совместно с граничными условиями поставленной задачи аналитическими методами не представляется возможным. В связи с этим в данной работе используется метод конечных элементов, реализованный в программной системе численного анализа LS-DYNA [18].

В рассматриваемой постановке торцы трубы уходят в бесконечность. Для моделирования таких границ тела применяются так называемые неотражающие граничные условия. Их формулировка, а также численная реализация достаточно подробно описаны в работах [19, 20].

Источник акустического сигнала моделируется равномерно распределенным по сечению давлением, прикладываемым к жидкости со стороны левого торца трубы. Давление с течением времени изменяется по закону синуса в пределах одного периода, то есть $p(t) = p_0 \sin \frac{2\pi}{T} t (H(t) - H(t-T))$, где p_0 — амплитуда, T — период нагружения. После окончания действия давления на левом торце ставятся неотражающие граничные условия.

При применении численных схем интегрирования необходимо задавать определенные значения параметров. В таблице 1 приведены геометрические размеры и физические постоянные для расчетной модели, а также характеристики излучаемого сигнала.

На рисунке 5 представлены результаты численного расчета — зависимости давления от времени в двух приемниках, расположенных на удалении 1 м от середины включения, а также спектральные плотности прямой, отраженной и прошедшей волн.

Таблица 1. Характеристики расчетной модели

Плотность ρ , кг/м ³	Модуль сжатия K , ГПа	Радиус акустического волновода R_1 , м	Внутренний радиус включения R_2 , м	Длина включения l , м	Амплитуда p_0 , кПа	Период T , мс
1000	2,25	0,05	0,025	0,4	1	0,2

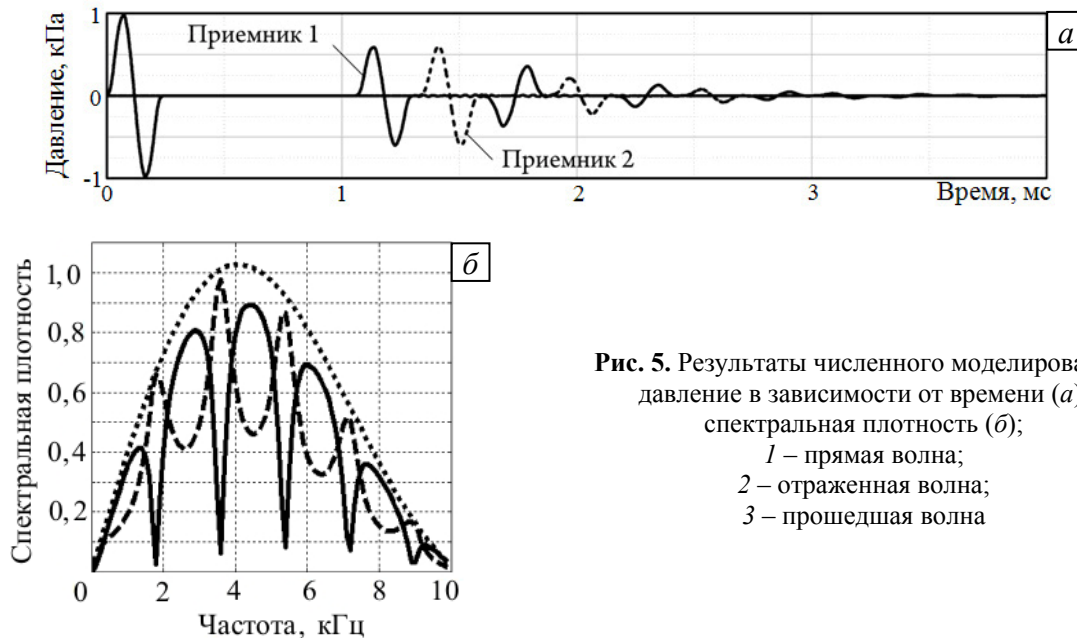


Рис. 5. Результаты численного моделирования: давление в зависимости от времени (а), спектральная плотность (б);
 1 – прямая волна;
 2 – отраженная волна;
 3 – прошедшая волна

При этом приемник 1 находится перед включением, а приемник 2 — за включением. Из графиков спектральной плотности видно, что определенные значения частот для отраженной волны оказались «вырезанными» (спектральная плотность имеет минимум). В то же время при этих же значениях частот спектральная плотность прошедшей волны имеет локальные максимумы.

Этот эффект коррелирует с результатами, приведенными в первой части работы. Там для отраженной волны оказалась «вырезанной» парциальная частота грузика на пружинах. В данном случае имеет место цилиндрический слой жидкости, находящийся внутри включения, частоты продольных колебаний которого определяются из стандартного уравнения:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{1}{c_f^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0, \quad (14)$$

где u — продольное перемещение сечения цилиндра при колебаниях; z — ось круговой симметрии системы «труба-включение». В качестве граничных условий на торцах цилиндра выступает условие приложенной сосредоточенной массы, величина которой в рассматриваемом случае определяется выражением присоединенной массы [21]:

$$M = \frac{\rho(\pi R_2^2)^2}{4R_2 F(R_1/R_2)}, \quad \text{где } F(R_1/R_2) = (1 - 1,4093 R_1/R_2 + 0,3382 R_1^3/R_2^3 + 0,0679 R_1^5/R_2^5 + \dots)^{-1} —$$

функция Фока.

Таким образом, если решение уравнения (14) ищется методом Фурье, то получается следующее частотное уравнение:

$$\frac{K(\pi R_2^2)}{c_f} \omega \left(M \omega^2 \cos \frac{\omega l}{c_f} + \frac{K(\pi R_2^2)}{c_f} \sin \frac{\omega l}{c_f} \right) - M \omega^2 \left(M \omega^2 \sin \frac{\omega l}{c_f} - \frac{K(\pi R_2^2)}{c_f} \cos \frac{\omega l}{c_f} \right) = 0, \quad (15)$$

которое позволяет определить собственные частоты включения. Для выбранных значений параметров эти частоты сведены в таблицу 2. Здесь же даются значения частот, найденных с помощью численного моделирования. Отличие между значениями не превышает 2%.

Таблица 2. Сопоставление значений собственных частот, полученных двумя методами

Номер частоты	Значение частоты, КГц	
	численная оценка	аналитическая оценка
1	1,79	1,81
2	3,58	3,64
3	5,37	5,45
4	7,16	7,27
5	8,95	9,09

В формулу (15) входят три геометрических — R_1 , R_2 , l , и два независимых физических параметра — ρ и c_f . Однако данную формулу можно свести к виду, содержащему три независимых параметра $t_1 = R_1/c_f$, $t_2 = R_2/c_f$ и $t_3 = l/c_f$:

$$\frac{\pi t_2 \omega}{4\Phi(t_2/t_1)} \cos \omega t_3 + \sin \omega t_3 - \frac{\pi t_2 \omega}{4\Phi(t_2/t_1)} \left(\frac{\pi t_2 \omega}{4\Phi(t_2/t_1)} \sin \omega t_3 - \cos \omega t_3 \right) = 0.$$

Такая форма записи частотного уравнения позволяет исследовать чувствительность собственных частот к геометрическим размерам включения. На рисунке 6 такая зависимость показана для первой собственной частоты.

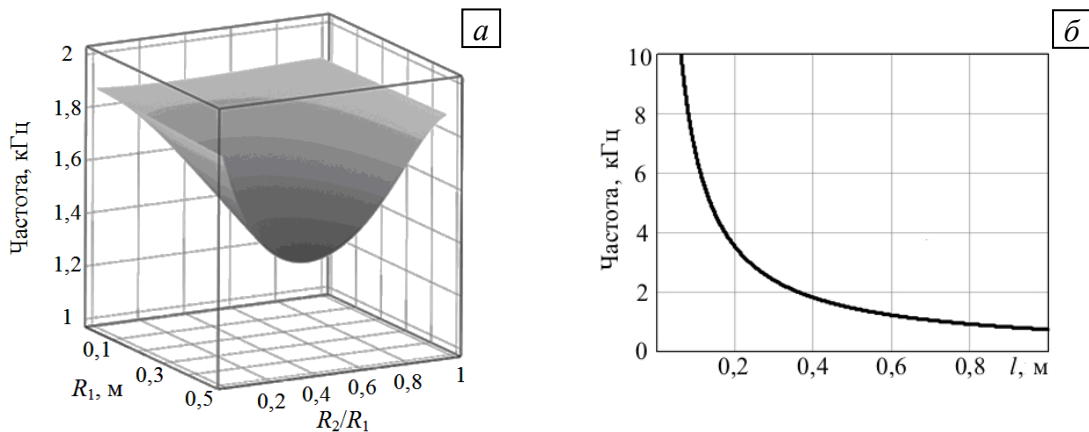


Рис. 6. Зависимость первой собственной частоты от геометрических размеров включения: при фиксированной длине $l = 0,4$ м (а) и при фиксированных радиусах $R_1 = 0,05$ м, $R_2 = 0,025$ м (б)

4. Заключение

Изучение распространения волн в трубе с включением начато с простейшей одномерной постановки задачи, что позволило оценить качественно влияние спектра включения на отраженную и прошедшую волны. Очевидно, что одномерная модель не позволяет описать всю сложность прохождения акустической волны в трубе с включением, поскольку на волновую картину влияет множество факторов: сама труба и ее окружение; параметры акустической среды, заполняющей трубу, и ее состояние (покой/течение); и наконец, параметры включения (как геометрические размеры, так и физические свойства). Их учет недоступен для полноценного аналитического исследования. В этих условиях возрастает роль тестовых задач, помогающих правильно интерпретировать качественную сторону получаемых результатов и понимать природу механизмов аналогичных явлений в более сложных моделях.

Численное моделирование открывает широкие возможности в решении прикладных задач, наиболее приближенных к реальности. Однако полномасштабная постановка задачи приводит к трудно анализируемым результатам. Поэтому в качестве следующего приближения рассмотрена частная математическая модель, в которой отсутствует влияние всех вышеперечисленных факторов за исключением геометрических размеров включения. Это позволило выявить особенности спектральных плотностей волн, отраженной от включения и прошедшей через него, а именно обнаружено наличие локальных экстремумов, что коррелирует с одномерной моделью. При этом положения экстремумов определяются спектром включения, а так как спектр зависит от геометрических размеров включения, то возможно решение обратной задачи, то есть определение геометрических размеров включения исходя из анализа прошедшей и отраженной волн.

Литература

1. *Кэрролл Дж.* Гидраты природного газа. – М.: Премиум Инжиниринг, 2007. – 318 с.
2. *Ma J., Simonetti F., Lowe M.J.S.* Scattering of the fundamental torsional mode by an axisymmetric layer inside a pipe // *J. Acoust. Soc. Am.* – 2006. – V. 120, N. 4. – P. 1871-1880.
3. *Kwun H., Bartels K.A., Dynes C.* Dispersion of longitudinal waves propagating in liquid-filled cylindrical shells // *J. Acoust. Soc. Am.* – 1999. – V. 105, N. 5. – P. 2601-2611.
4. *Kumar R.* Dispersion of axially symmetric waves in empty and fluid-filled cylindrical shells // *Acustica.* – 1972. – V. 27, N. 6. – P. 317-329.
5. *Lafleur L.D., Shields F.D.* Low-frequency propagation modes in a liquid-filled elastic tube waveguide // *J. Acoust. Soc. Am.* – 1995. – V. 97, N. 3. – P. 1435-1445.
6. *Sinha B.K., Plona T.J., Kostek S., Chang S.-K.* Axisymmetric wave propagation in fluid-loaded cylindrical shells. I. Theory // *J. Acoust. Soc. Am.* – 1992. – V. 92, N. 2. – P. 1132-1143.
7. *Plona T.J., Sinha B.K., Kostek S., Chang S.-K.* Axisymmetric wave propagation in fluid-loaded cylindrical shells. II. Theory versus experiment // *J. Acoust. Soc. Am.* – 1992. – V. 92, N. 2. – P. 1144-1155.
8. *Elvira-Segura L.* Acoustic wave dispersion in a cylindrical elastic tube filled with a viscous liquid // *Ultrasonics.* – 2000. – V. 37, N. 8. – P. 537-547.
9. *Aristegui C., Lowe M.J., Cawley P.* Guided waves in fluid-filled pipes surrounded by different fluids // *Ultrasonics.* – 2001. – V. 39. – P. 367-375.
10. *Vollmann J., Dual J.* High-resolution analysis of the complex wave spectrum in a cylindrical shell containing a viscoelastic medium. I. Theory and numerical results // *J. Acoust. Soc. Am.* – 1997. – V. 102, N. 2. – P. 896-908.
11. *Vollmann J., Breu R., Dual J.* High-resolution analysis of the complex wave spectrum in a cylindrical shell containing a viscoelastic medium. II. Experimental results versus theory // *J. Acoust. Soc. Am.* – 1997. – V. 102, N. 2. – P. 909-920.
12. *Морс Ф.М., Феибак Г.* Методы теоретической физики. – М.: Изд-во иностранной литературы, 1960. – Т. 2. – 886 с.
13. *Simonetti F., Cawley P.* A guided wave technique for the characterization of highly attenuative viscoelastic materials // *J. Acoust. Soc. Am.* – 2003. – V. 114, N. 1. – P. 158-165.
14. *Ma J., Lowe M.J.S., Simonetti F.* Feasibility study of sludge and blockage detection inside pipes using guided torsional waves // *Meas. Sci. Technol.* – 2007. – V. 18. – P. 2629-2641.
15. *Слепян Л.И.* Нестационарные упругие волны. – Л.: Судостроение, 1972. – 376 с.
16. *D'Alembert J.L.* Recherches sur la courbe que forme une corbe tendue, mise en vibration // *Histoire de l'Academie Royale des Sciences et belles letters.* – 1749. – V. 3. – P. 214-220.
17. *Жилин П.А.* Прикладная механика. Теория тонких упругих стержней. Учебное пособие. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2007. – 101 с.
18. *Hallquist J.O.* LS-DYNA. Theoretical manual / Livermore Software Technology Corporation, 1998. – 498 p.
19. *Ильгамов М.А., Гильманов А.Н.* Неотражающие условия на границах расчетной области. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 240 с.
20. *Basu U., Chopra A.K.* Perfectly matched layers for time-harmonic elastodynamics of unbounded domains: theory and finite-element implementation // *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* – 2003. – V. 192, N. 11-12. – P. 1337-1375.
21. *Ржевкин С.Н.* Курс лекций по теории звука. – М.: Изд-во МГУ, 1960. – 336 с.

Поступила в редакцию 10.03.11

Сведения об авторах

Шубин Сергей Николаевич, асп., Санкт-Петербургский государственный политехнический университет (СПбГПУ), 195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29; E-mail: shubin@compmechlab.com

Гильев Евгений Евгеньевич, асп., СПбГПУ; E-mail: gilyov@compmechlab.com

Боровков Алексей Иванович, ктн, проф., исп. дир., Объединенный научно-технологический институт СПбГПУ; E-mail: borovkov@compmechlab.com